

ШИФР 11-62

Олимпиадная работа  
Муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников  
по математике

учащейся 11 класса  
муниципального автономного общеобразовательного учреждения  
«Средняя политехническая школа №33»  
Старооскольского городского округа

Мартыновой Валерии Романовны

Педагог-наставник:  
учитель математики  
МАОУ «СПШ №33»  
Лихачева Галина Александровна

# Задача 11.1.

11-62

Пусть  $O$  - множество людей с открыткой (7 человек),  $\bar{O}$  - без открытки (7 человек). Рыцари из  $O$  ответят "да", рыцари из  $\bar{O}$  - ответят "нет". А лжецы всегда врут, т.е. отвечают наоборот.

Тогда,  $x$  - число рыцарей с открыткой ("да");  
 $y$  - число лжецов с открыткой ("нет");  
 $z$  - число рыцарей без открытки ("нет");  
 $t$  - число лжецов без открытки ("да").

Из условия:

Всего с открыткой:

$$x + y = 7$$

Без открытки:

$$z + t = 7$$

Всего рыцарей:

$$x + z = 7$$

Всего лжецов:

$$y + t = 7$$

$$\text{Из } x + y = 7 \text{ и } x + z = 7 \Rightarrow y = z$$

$$\text{Из } y + t = 7 \text{ и } z + t = 7 \Rightarrow y + t = 7, y + t = 7 - \text{верно}$$

Говорит "да" - рыцари с открыткой и лжецы без нее

№	во-во Без/от	Т.ч.о. / лжецы
1	у	Мфисеве О.О. <del>да</del> Резинкова И.С. <del>нет</del>
2	х	Гришута Е.В. <del>да</del> Крестьян Т.П. <del>нет</del>
3	4	Морозова Н.В. <del>да</del>
4	3	Степанова О.З. <del>да</del> Ковалева Ж.С. <del>нет</del>
5	0	Степанова О.З. <del>да</del> Ковалева Ж.С. <del>нет</del>
Итого	14	

$$x + t = 7, y + z = 7, \text{ Но } y = z, \Rightarrow y + z = 2y = 7 \Rightarrow y = 3,5 - \text{не целое} \Rightarrow \text{это невозможно}$$

Ответ: Невозможно.

# Задача 11.3.

Вершина треугольника совпадает, основания - замкнутая ломанная. Если  $\Delta$  треугольник имеет боковую сторону 25, то вторая боковая = 24 или 26. (неравенство треугольника, стороны неравны)

Минимальная сумма квадратов боковых сторон для него:  $25^2 + 24^2 = 1201$

Продолжение 11.3

11-62

Для остальных 18 треугольников

$$a_i^2 + b_i^2 \geq 2 \text{ (минимум при } a \rightarrow 1, b \rightarrow 1, a \neq b)$$

$$\text{Итого: } 12 \cdot 1 + 18 \cdot 2 = 1237$$

$$1237 > 808$$

Ответ: 4.Т.Д

4

Задача 11.4

Вершины правильного 28-угольника на окружности  
1 игрок максимизирует сумму модулей  
синусов, второй - модулей косинусов

$$\sum |\sin(\theta_i)| = \sum |\cos(\theta_i)| \text{ для полного набора вершин}$$

При любой стратегии 2 игрок может зеркально  
копировать ходы первого ~~относительно диаметра~~  
~~диаметра~~, обеспечивая  $S_2 \geq S_1$  38/доказано верно  
или утверждение.

Ответ: второй.

Задача 11.5

$$\text{Уравнение } a^3 - b^3 = c^4$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = c^4$$

$$\text{Пусть } a-b = m^4, a^2 + ab + b^2 = n^4$$

$$\text{Пусть } c = 2^n, \text{ тогда } c^4 = 2^{4n}$$

$$\text{Нужно, чтобы } a^3 - b^3 = 2^{4n}$$

$$\text{Возьмем } a = 2^{n+1}, b = 2^n$$

$$a^3 - b^3 = 8 \cdot 2^{3n} - 2^{3n} = 7 \cdot 2^{3n} - \text{должно}$$

$$\text{быть } 2^{4n} \Rightarrow 7 = 2^n = \text{невозможно}$$

Продолжение решения 11.5.

11-62

$$a = 2^{4k+1}, b = 2^{4k} \Rightarrow a^3 - b^3 = 7 \cdot 2^{12k}, \text{ чтобы } 7 \cdot 2^{12k} = c^4$$
$$\Rightarrow c = 2^{3k} \cdot 7^{\frac{1}{4}} - \text{не целое}$$

~~Число~~  $\Rightarrow$  Нужно другое построение.

Известно, что уравнение  $a^3 - b^3 = c^4$  имеет бесконечно много решений.

Например,  $a = m^4 + 6m^2n^2 + n^4$

$$b = 8mn(m^2 + n^2) - \text{гипотеза}$$

$\Rightarrow$

Да, т.к. уравнение эллиптическое с  
несколько ненулевыми факторами, поэтому есть  
сколько угодно решений с.

Отв. да.

об